УДК 65.012

С.А. Баркалов, В.Н. Бурков, П.Н. Курочка, Н.Н. Образцов

Задачи управления материально-техническим снабжением в рыночной экономике. М.: ИПУ РАН, 2000. – 58 с.

Рассматривается ряд задач управления материально-техническим снабжением на основе централизованной схемы. Первая задача связана с определением согласованных цен, которые, с одной стороны, обеспечивают максимум дохода организации, осуществляющей снабжение (центра), а с другой – делают более выгодным для организаций-потребителей использование централизованной схемы. Вторая задача заключается в определении оптимальных сроков и объемов заказа материалов центром с учетом зависимости оптовых цен от объема закупок, затрат на хранение на складе и ограниченности оборотных средств.

...м виде, в котором

...ом Института.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Рыночная экономика, в отличие от плановой, характеризуется многообразием механизмов материально-технического обеспечения. Качественно их можно разделить на две группы – централизованные механизмы и децентрализованные механизмы. В механизмах первой группы потребитель заключает договор на материально-техническое обеспечение со специализированной организацией (будем называть ее центром), которая обязуется обеспечить поставки материалов и комплектующих в требуемые сроки и в нужном количестве. В механизмах второй группы потребитель заключает договор на поставки материалов и комплектующих непосредственно с предприятиями-изготовителями, либо торгующими фирмами.

Естественно, в рыночной экономике потребители имеют свободу выбора и выбирают тот механизм, который выгоднее. При выборе централизованной схемы снабжения потребитель больше платит за продукцию (поскольку в цену входят издержки и прибыль центра), однако, организационные затраты на заключение договоров, как правило, значительно меньше. Поэтому центр должен устанавливать согласованные цены на продукцию так, чтобы, с одной стороны, не потерять клиентов, а с другой стороны - не работать в убыток.

В работе рассматривается ряд задач управления снабжением в условиях централизованной схемы. Первая задача связана с определением согласованных цен на продукцию. Сначала мы рассмотрим эту задачу как оптимизационную, а затем – как игровую. В оптимизационной постановке предполагается, что цены продукции, предлагаемые потребителями, заданы и не меняются. Задача центра в этом случае – определить оптимальную согласованную цену и, соответственно, множество потребителей, которых он берет на обслуживание.

В игровой постановке потребители могут менять предлагаемые ими цены. В этом случае возникает игровая ситуация. При выгодности централизованной схемы снабжения потребители конкурируют за право включения в централизованную схему, что побуждает их снижать предлагаемые цены.

Вторая задача связана с оптимизацией сроков и объемов закупок продукции центром для обеспечения заказов потребителей, с которыми заключен договор на обслуживание. Дело в том, что чем больше объем закупок, тем ниже оптовые цены (за счет скидок при росте объема). Однако, с другой стороны, растут затраты на хранение продукции на складах центра до отправки ее потребителям. Кроме того, крупные закупки требуют больших оборотных средств, что вынуждает брать кредит.

В третьей главе описана деловая игра, предназначенная для исследования различных механизмов определения договорных цен.

ГЛАВА 1. Определение согласованных цен на материально-техническую продукцию

1.1. Описание модели

В централизованной схеме снабжения, как отмечалось во введении, вопросы материально-технического обеспечения берет на себя специализированная организация (центр), заключающая договор с организациями-потребителями. Центр проводит оптовые закупки продукции у производителей, что позволяет ему покупать по более низким ценам и, за счет этого, обеспечивать привлекательность централизованной схемы для потребителей.

Рассмотрим сначала задачу снабжения одним видом продукции. Пусть в регионе имеется n организаций – потенциальных потребителей продукции данного вида. Обозначим через c_i цену, по которой i-ый потребитель согласен приобретать продукцию у центра, а через v_i – количество продукции, требуемое i-му потребителю в рассматриваемый период времени. Очевидно, что потребитель i будет выбирать централизованную схему снабжения если цена продукции у центр, которую мы будем обозначать через q, будет меньше или равна c_i, то есть $q \le c_i$. Таким образом, количество продукции, которое будет заказано центру равно сумме потребностей тех потребителей, для которых централизованная схема является выгодной.

Обозначим через P(q) множество потребителей, выбирающих централизованную схему снабжения при цене продукции центра равной q. Тогда количество продукции, заказываемое у центра, можно записать в следующем виде:

$$V(q) = \sum_{i \in P(q)} v_i \ . \qquad (1.1)$$

Зависимость V(q) имеет вид, показанный на рис. 1.1. Это кусочно-постоянная, непрерывная слева, убывающая функция q.

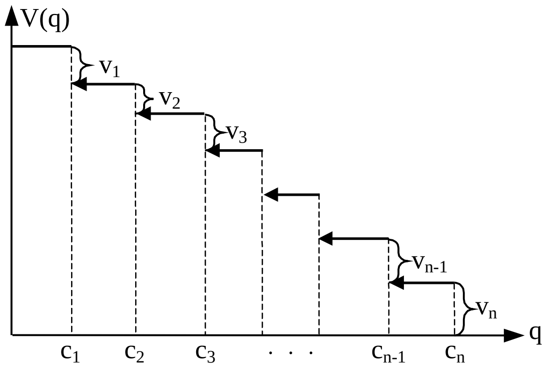

Рис. 1.1.

Примем, что центр закупает продукцию у одного производителя, получая скидки к оптовой цене при больших объемах закупок. Обозначим через b(V) цену продукции производителя при объеме закупок V. Очевидно, что b(V) также убывающая функция V (как правило, кусочно-постоянная). Прибыль центра при цене продажи потребителям q составит

$$P = (q - b)V(q). \qquad (1.2)$$

В данном случае мы полагаем, что транспортные расходы на доставку продукции от производителя центру входят в цену b(V), а транспортные расходы на доставку продукции от центра потребителям производятся за счет потребителей. Задача заключается в определении цены q, которая обеспечит максимум прибыли центра. Эта цена называется согласованной ценой, поскольку она выгодна и потребителям, и центру.

1.2. Метод решения задачи

Для решения задачи перейдем от функции V(q) (см. рис. 1.1) к обратной функции – q(V). Эта функция показывает, какую максимальную цену может установить центр для того, чтобы обеспечить объем заказа V. Эта функция также является убывающей, кусочно-постоянной и непрерывной слева (см. рис. 1.2).

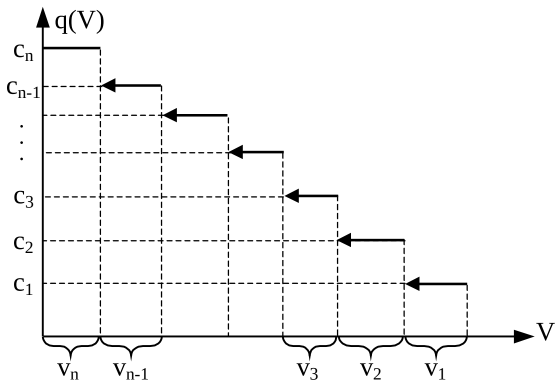

Рис. 1.2.

Теперь выражение (1.2) можно записать в виде зависимости прибыли от объема закупок центра:

$$\Pi(V) = [q(V) - b(V)]V\ . \tag{1.3}$$

Если обозначить разность цен [q(V) – b(V)] через ε(V), то выражение (1.3) примет вид

$$\Pi(V) = \varepsilon(V) \cdot V\ . \tag{1.4}$$

Геометрически величина П(V) равна площади прямоугольника со сторонами ε(V) и V (см. рис. 1.3).

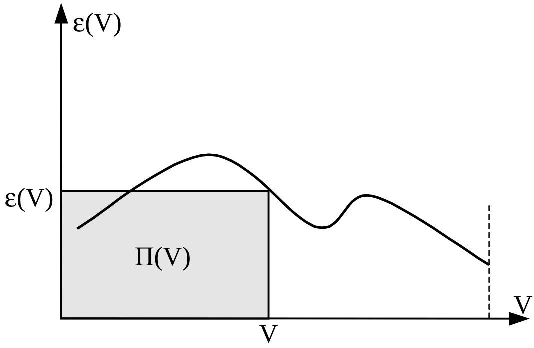

Рис. 1.3.

Из этого факта следует простое, но полезное свойство: если для двух точек (V_1, ε(V_1)) и (V_2, ε(V_2)) имеет место $V_2 \geq V_1$ и $\varepsilon(V_2) \geq \varepsilon(V_1)$, то, очевидно, решение (V_2, ε(V_2)) лучше, чем решение (V_1, ε(V_1)). Это свойство позволяет перейти от зависимости ε(V) к зависимости $\tilde{\varepsilon}(V)$, которая является убывающей функцией V. Способ построения зависимости $\tilde{\varepsilon}(V)$ ясен из рис. 1.4 (зависимость $\tilde{\varepsilon}(V)$ показана толстой линией).

Вспомним теперь, что зависимость ε(V) (а значит и $\tilde{\varepsilon}(V)$) является кусочно-постоянной, непрерывной слева функцией. Поэтому фактически нам следует сравнить конечное число вариантов. Приведем простое геометрическое правило, позволяющее сравнивать любые два варианта. Для этого запишем условие того, что вариант (V_1, ε_1) лучше варианта (V_2, ε_2):

$$V_1\,\varepsilon_1 > V_2\,\varepsilon_2.$$

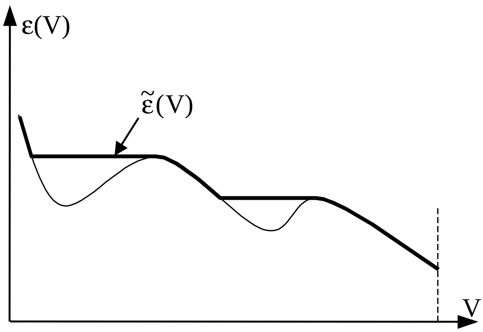

Рис. 1.4.

Перепишем это условие в виде

$$\mathrm{tg}\,\alpha_1 = \frac{\varepsilon_1}{V_2} > \frac{\varepsilon_2}{V_1} = \mathrm{tg}\,\alpha_2 \qquad (1.5)$$

Геометрический смысл условия (1.5) ясен из рис. 1.5.

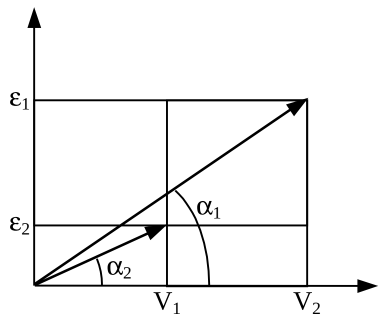

Рис. 1.5.

Действительно, ε_1/V_2 равно тангенсу угла α_1, а ε_2/V_1 равно тангенсу угла α_2. Следовательно, вариант (V_1, ε_1) лучше варианта (V_2, ε_2), если угол α_1 больше угла α_2. Это наглядное правило позволяет решать задачу с помощью карандаша и линейки, попарно сравнивая варианты.

Пример 1.1. Данные о предлагаемых потребителями ценах и величинах заказов приведены в таблице 1.1, а данные об изменении оптовых цен производителя в зависимости от объема закупок центром – в таблице 1.2.

Таблица 1.1.

N	1	2	3	4	5
$\mathbf{v_i}$	3	4	2	4	2
$\mathbf{c_i}$	2	3	4	5	7

Таблица 1.2.

V	$V < 5$	$5 \le V < 11$	$V \ge 11$
b(V)	4	2	1

Сначала получаем зависимость q(V). Для этого при каждом значении q суммируем заказы всех потребителей, у которых предлагаемая ими цена c_i больше или равна q. Так при q = 4 величина q(V) равна сумме заказов третьего, четвертого и пятого потребителей, то есть, равна 8. В результате получаем таблицу 1.3.

Таблица 1.3.

V	$0 < V \le 2$	$2 < V \le 6$	$6 < V \le 8$	$8 < V \le 12$	$12 < V \le 15$	$15 < V$
q(V)	7	5	4	3	2	0

Теперь, вычитая из q(V) (таблица 1.3) величину b(V) (таблица 1.2) получаем таблицу значений ε(V):

Таблица 1.4.

V	2	6	8	12	15
e(V)	3	3	2	2	1

В таблице 1.4 указаны значения ε(V) только в точках v_i, то есть в точках, в которых происходит изменение величины V (появляются новые потребители, согласные заключить договор с центром). Можно показать, что оптимальный объем заказа центра достигается только в этих точках. Действительно, если центру выгодно заключить договор с потребителем на частичное удовлетворение его потребностей в продукции, то центру еще более выгодно заключить договора с этим потребителем на полное обеспечение продукцией.

Теперь, применяя описанные выше правила сравнения вариантов, сравниваем варианты последовательно, начиная с первого. Первый вариант хуже второго, поскольку $V_1 < V_2$, а $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$. Второй вариант лучше третьего, так как $\varepsilon_2/V_3 = {}^3/_8 > \varepsilon_3/V_2 = {}^1/_3$. Второй вариант хуже четвертого, так как $\varepsilon_2/V_4 = {}^1/_4 < \varepsilon_4/V_2 = {}^1/_3$. Наконец, четвертый вариант лучше пятого, так как $\varepsilon_4/V_5 = {}^2/_{15} > \varepsilon_5/V_4 = {}^1/_{12}$.

Итак, оптимальным является вариант 4, в котором по централизованной схеме обеспечиваются первые четыре потребителя. При этом объем продукции, заказываемой центром, составляет 12 единиц, оптовая цена производителя равна 1, а цена продукции центра равна 3. Прибыль центра составляет (3-1) · 12 = 24 единицы.

До сих пор мы предполагали, что имеется один производитель продукции, которую заказывает центр. В случае нескольких производителей возникает задача распределения заказов между ними.

Обозначим $b_k(x_k)$ - цену продукции k-го производителя при его объеме заказа x_k. Рассмотрим задачу распределения заказа величины V между m производителями так, чтобы минимизировать стоимость заказа. Формальная постановка задачи следующая. Требуется так определить величины $x_k \geq 0$, чтобы общий объем заказа был не менее V, то есть

$$\sum_{k=1}^{m} x_k \geq V,$$

а стоимость заказа

$$S = \sum_{k=1}^{m} s_k(x_k), \text{ где } s_k(x_k) = x_k b_k(x_k),$$

была минимальной. Сложность решения этой задачи определяется тем, что функции $b_k(x_k)$ - разрывные (имеют скачки). Так на рис. 1.6 приведен вид функции xb(x) для производителя продукции из примера 1.1.

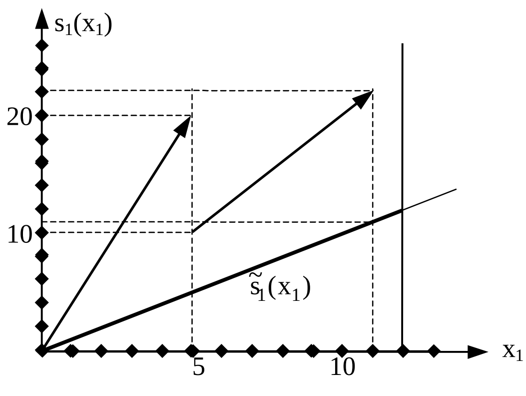

Рис. 1.6.

Задачи такого вида называются многоэкстремальными задачами математического программирования. Для решения таких задач, как правило, применяются специальные методы (динамического программирования, локальной оптимизации, ветвей и границ и другие). Мы рассмотрим применение для решения задачи метода ветвей и границ. Описание метода проведем на конкретном примере. Пусть есть два производителя. Функция S(x) первого производителя имеет вид, показанный на рис. 1.6, а второго – на рис. 1.7. Пусть V = 15, первый производитель имеет 12 единиц продукции, а второй – 10.

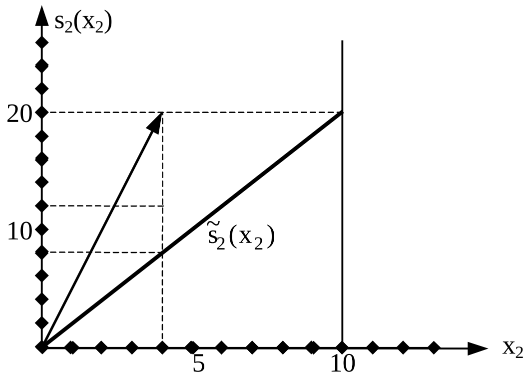

Рис. 1.7.

Сначала опишем метод получения нижней оценки стоимости заказа. Для получения такой оценки заменим функции $s_k(x_k)$ непрерывными выпуклыми функциями, которые всюду меньше (или равны) исходных функций. Оценочные функции $\tilde{s}_1(x_1) = x_1$, $\tilde{s}_2(x_2) = 2x_2$ показаны на рис. 1.6 и 1.7 толстыми линиями.

Решим задачу минимизации суммы оценочных функций. Это задача линейного (в общем случае – выпуклого) программирования, для которой существуют эффективные методы решения. В нашем случае решение очевидно. Нужно заказать все имеющееся количество продукции x_1 = 12 у первого производителя по цене b_1 = 1, а остальные x_2 = 3единицы – у второго, по цене b_2 = 2. Стоимость заказа составит 18 единиц. Заметим, что фактическая стоимость такого заказа составляет 12 + 3·5 = 27 единиц, поскольку при заказе у второго производителя трех единиц продукции цена составит 3 единицы.

Рассмотрим теперь два варианта. В первом варианте заказ у второго производителя не превышает трех единиц, а во втором – не меньше трех единиц, то есть разобьем множество всех решений на два подмножества. Рассмотрим первое подмножество. Поскольку заказ у второго производителя не превышает трех единиц, то его оценочная функция будет уже другой, а именно, $\tilde{s}_2(x_2) = 5x_2$. Оптимальное решение оценочной задачи остается прежним: x_1 = 12, x_2 = 3. Однако, оценка стоимости заказа будет равна уже не 18, а 27, что совпадает с фактической стоимостью.

Рассмотрим второе подмножество. Так как заказ у второго производителя в этом подмножестве решений не менее трех единиц, то оценочная функция при $x_2 \geq 3$ будет иметь вид, показанный на рис. 1.8.

Опишем более подробно алгоритм решения оценочной задачи. Начинаем с минимальных заказов у каждого производителя, то есть x_1 = 0, x_2 = 4 (поскольку оценочная стоимость заказа x_2 = 4 меньше, чем у заказа x_2 = 3). Сравнивая цены при небольшом увеличении заказов видим, что дополнительный заказ выгоднее делать у первого производителя ($\tilde{b}_1 = 1$), а не у второго ($\tilde{b}_2 = 2$). Поэтому оптимальное решение оценочной задачи x_1 = 11, x_2 = 4, а минимальная оценочная стоимость составляет 19 единиц.

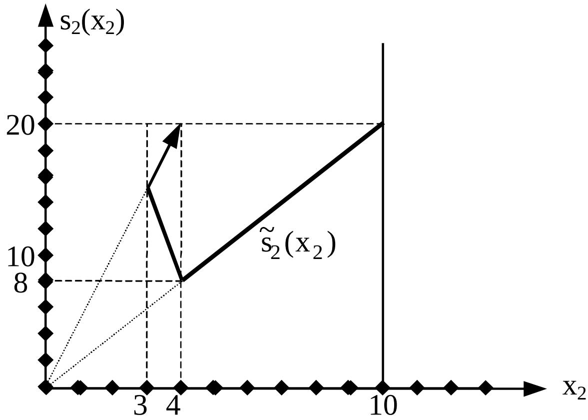

Рис. 1.8.

Сравнивая оценочные стоимости двух рассмотренных вариантов, мы видим, что во втором варианте она меньше. Поэтому выбираем вариант с меньшей оценочной стоимостью. Заметим теперь, что фактическая стоимость в решении $x_1 = 11$, $x_2 = 4$ совпадает с оценочной. Поэтому полученное решение является оптимальным решением всей задачи.

Рассмотрим более сложный пример для иллюстрации эффективности метода ветвей и границ.

Пример 1.2. Имеются три производителя, данные о которых приведены в таблице 1.5. Пусть V = 14, а каждый производитель имеет не более 10 единиц продукции. Для оценочной задачи на первом шаге имеем: $s_1(x_1) = 3x_1$, $s_2(x_2) = 2x_2$, $s_3(x_3) = x_3$. Решение оценочной задачи, очевидно, $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 10$, $\tilde{S} = 18$. Поскольку $\tilde{s}_2(4) = 8 < s_2(4) = 12$, то рассматриваем два подмножества решений – Q_1 и Q_2. В первом подмножестве $x_2 \le 4$, а во втором $x_2 \ge 4$.

Таблица 1.5.

1 производитель	V_1	5	8	10
	b_1	6	5	3
2 производитель	V_2	3	6	10
	b_2	5	3	2
3 производитель	V_3	4	9	10
	b_3	4	2	1

Анализ первого подмножества. Оценочная функция для первого производителя будет уже другой - $\tilde{s}_2(x_2) = 3x_2$. Оптимальное решение оценочной задачи остается прежним: $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 10$, причем оценка стоимости S = 22 совпадает с фактической стоимостью.

Анализ второго подмножества. Оценочная функция для второго производителя во втором подмножестве решений выделена на рис. 1.9 толстой линией. Оптимальное решение оценочной задачи $x_1 = 0$, $x_2 = 6$, $x_3 = 8$, оценочная стоимость $\tilde{S} = 12 + 8 = 20$.

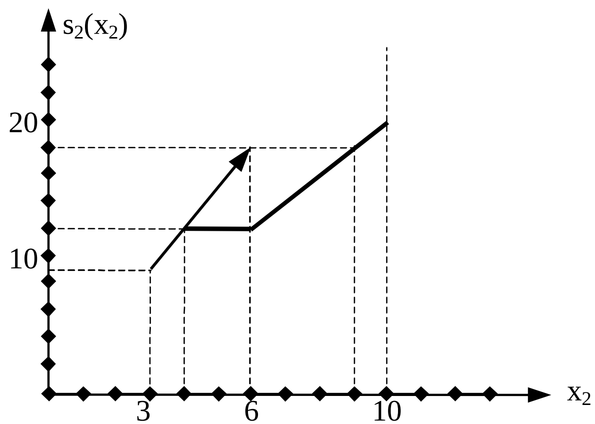

Рис. 1.9.

Из двух решений выбираем решение с минимальной величиной оценочной функции, то есть второе подмножество Q_2 с решением $x_1 = 0$, $x_2 = 6$, $x_3 = 8$.

Заметим, что в этом решении значение оценочной функции для третьего производителя меньше, чем фактическая стоимость $\tilde{s}_3(8) = 8 < s_3(8) = 16$. Поэтому разбиваем второе подмножество на два подмножества – Q_{21} и Q_{22}. В первом из них $x_3 \le 8$, а во втором $x_3 \ge 8$.

Анализ подмножества Q_{21}. Оценочная функция третьего производителя имеет вид $\tilde{s}_3(x_3) = 2x_3$, для второго и первого оценочные функции не меняются. Одно из оптимальных решений оценочной задачи $x_1 = 0$, $x_2 = 8$, $x_3 = 6$, $\tilde{S} = 28$.

Анализ подмножества Q_{22}. Оценочная функция третьего производителя имеет вид $\tilde{s}_3(x_3) = x_3$ $9 \le x_3 \le 10$. Оптимальное решение оценочной задачи $x_1 = 0$, $x_2 = 6$, $x_3 = 9$, $\tilde{S} = 21$ и совпадает с фактической стоимостью.

Заметим, что в данном случае центр закупает продукции больше, чем требуется, поскольку, закупая ровно 14 единиц, он в данном случае проигрывает. Действительно, если центр закупает у второго производителя не 6 единиц, а 5, стоимость составит $5 \cdot 3 = 15$ единиц вместо 12, а если он закупает у третьего производителя не 9 единиц, а 8, то стоимость составит $8 \cdot 2 = 16$ единиц вместо 9. Сравнивая оценочные стоимости подмножеств Q_1, Q_{21} и Q_{22}, выбираем подмножество с минимальной оценкой $\tilde{S}(Q_{22}) = 21$. Соответствующее решение $x_1 = 0$, $x_2 = 6$, $x_3 = 9$ является оптимальным, поскольку оценочная стоимость совпадает с фактической. На рис. 1.10 показано дерево ветвлений (разбиений множества всех решений на подмножества), вершины которого соответствуют подмножествам, а числа в вершинах – оценочным стоимостям.

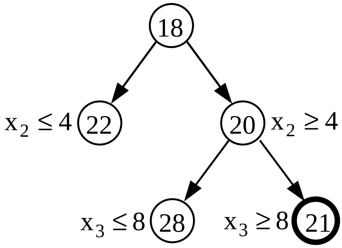

Рис. 1.10.

Решая задачу при разных значениях V, мы получаем зависимость b(V). Далее задача решается также, как в случае одного производителя.

Зависимость b(V) можно получить и на основе метода динамического программирования. Для применения метода динамического программирования упорядочим производителей произвольным образом, например, согласно их номерам. Пусть нам необходимо получить зависимость b(V) при $1 \le V \le 16$. Берем первого производителя и определяем минимальные стоимости закупок у него продукции в количестве от 1 до 10 (больше у него нет). Эти данные помещены в таблице 1.6.

Добавляем второго производителя и определяем минимальные стоимости закупок продукции у этих двух производителей в

Таблица 1.6.

V	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$s_1(V)$	0	6	12	18	24	25	30	35	24	27	30

количестве от 1 до 16. Это делается следующим образом. Возьмем, например, заказ V = 3. Его можно обеспечить четырьмя способами: все заказать у первого производителя (стоимость составит $s_1(3) = 18$), заказать 2 единицы у первого и 1 единицу у второго (стоимость составит $s_1(2) + b_2(1) = 12 + 5 = 17$), заказать 1 единицу у первого и 2 единицы у второго ($s_1(1) + 2b_2(2) = 16$) и, наконец, все заказать у второго (стоимость составит $3b_2(3) = 9$). Очевидно, следует выбрать самый дешевый вариант, то есть все заказать у второго производителя. Это и есть принцип оптимальности Беллмана.

Перебирая все возможные варианты и выбирая лучший, мы можем получить минимальные стоимости заказа при любых $1 \le V \le 16$ при условии, что обеспечение заказа проводится первыми двумя производителями. Эти минимальные стоимости обозначим через $s_{12}(V)$. Их значения приведены в таблице 1.7.

Таблица 1.7.

V	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$s_{12}(V)$	5	10	9	12	15	12	14	16	18	20	26	32	38	36	38	40

Рассмотрим еще раз, как получена, например, величина $s_{12}(13) = 38$. Сравнить следует всего 3 варианта: 1) заказ 10 единиц у второго и 3 единицы у первого (стоимость 38 единиц); 2)8 единиц у второго и 5 единиц у первого (стоимость 41); 3) 6 единиц у второго и 7 единиц у первого (стоимость 47). Минимальная стоимость у первого варианта и она равна 38 единиц.

Наконец, подключаем третьего производителя и определяем искомые минимальные стоимости заказа S(V), действуя по аналогии со случаем двух производителей. Рассмотрим, например, случай V = 14.

Заказ V = 14 можно получить двумя способами, которые следует сравнить (остальные способы заведомо хуже). Первый – заказать 10 единиц у третьего производителя и 4 единицы у первых двух (стоимость $s_{12}(4) + s_3(10) = 22$). Второй – заказать 6 единиц у первых двух и 8 единиц у третьего производителя (стоимость $s_{12}(6) + s_3(8) = 28$ единиц). Выбираем лучший вариант со значением S(14) = 22 единицы. Поступая таким образом для всех значений $1 \le V \le 16$, получим итоговую зависимость S(V) (см. таблицу 1.8).

Таблица 1.8.

V	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
S(V)	4	8	9	8	10	12	14	16	9	10	15	18	19	22	21	22

Анализируя эту зависимость, мы видим, что заказ 14 единиц стоит дороже, чем больший заказ 15 единиц. Поэтому очевидно, что центр никогда не будет заказывать 14 единиц, а закажет 15, даже если нужно будет только 14. Аналогично нецелесообразны заказы в 3, 5, 6, 7 и 8 единиц, так как гораздо дешевле вместо 3 единиц заказать 4, а вместо 5, 6, 7, или 8 единиц заказать 9.

Случай нескольких видов продукции сводится к независимому решению задач для каждого вида продукции.

1.3. Теоретико-игровой анализ механизма определения согласованных цен

При оценке эффективности описанного выше механизма определения согласованных цен следует учитывать активность потребителей, которая проявляется в стремлении занизить предлагаемые ими цены. Рассмотрим, насколько велики могут быть потери центра от занижения цен потребителями. Пусть максимум прибыли центра достигается при $V = V_k$, то есть

$$\varepsilon_k \cdot V_k = \max_i \varepsilon_i V_i .$$

Пусть далее следующий по величине максимум равен $\varepsilon_l V_l$, то есть

$$\varepsilon_k \cdot V_k > \varepsilon_l \cdot V_l = \max_{i \neq k} \varepsilon_i V_i .$$

Рассмотрим два возможных случая. В первом случае $V_l > V_k$, $q_l < q_k$. В этом случае потребителю k выгодно снизить цену $c_k = q_k$ до величины q_l. При этом центр установит согласованную цену $q = q_l$, потребитель k остается включенным в централизованную схему снабжения, покупая продукцию по более низкой цене. Заметим, что при этом выигрывают все потребители, включенные в централизованную схему снабжения. Если следующий по величине максимум будет достигаться при $V > V_l$, то произойдет дальнейшее снижение цены.

Во втором случае $V_l < V_k$. В этом случае потребителю k также выгодно снизить цену, но так, чтобы величина $\varepsilon_k V_k$ оставалась максимальной. В противном случае он выпадает из централизованной схемы снабжения. Из условия

$$(c_k – b_k)V_k = (q_l - b_l)V_l$$

определяем минимальную цену, которую может установить потребитель k:

$$c_k = b_k + (q_l - b_l)\frac{V_l}{V_k} < q_k.$$

Пример 1.3. Пусть график $\varepsilon(V)$, полученный на основе достоверных цен, предлагаемых потребителями, имеет вид, показанный на рис. 1.11. Достоверными мы будем называть цены, при которых потребителям одинаково выгодно использование как централизованной схемы, так и децентрализованной.

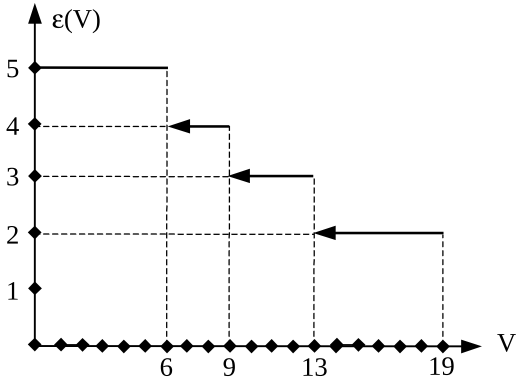

Рис. 1.11.

Оптимальным, как легко проверить, является вариант $V_3 = 13$, $\varepsilon_3 = 3$, $\varepsilon_3 V_3 = 39$. Следующим по величине является вариант $V_4 = 19$, $\varepsilon_4 = 2$, $\varepsilon_4 V_4 = 38$. Так как $V_4 > V_3$, то третьему потребителю выгодно снизить предлагаемую цену до $c_3 = 2$. В этом случае центр назначит цену q(14) на единицу меньше, чем q(13), и третий потребитель получит дополнительную прибыль.

После четвертого потребителя следующим по величине εV является вариант $V_2 = 9$, $\varepsilon_2 = 4$, $\varepsilon_2 V_2 = 36$. Так как $V_2 < V_4 = 14$, то и третий и четвертый потребители могут снизить цену, но так, чтобы новое значение произведения $19 \cdot \tilde{\varepsilon}(19)$ было меньше 36. Независимо от того, кто снижает цену, она должна быть не менее ${}^{36}/_{19} \approx 1{,}89$.

Отметим еще одну интересную тенденцию. Первый и второй потребители, видя, что цена центра q ≈ 2 значительно ниже цен, которые они предлагают, вполне возможно, и предлагать будут более низкие цены. Таким образом возникает общая тенденция снижения цен. Действительно, если первый и второй потребители снизят цены, например, до $c_2 = 3$, то это позволит третьему и четвертому потребителям также снизить цены до величины ${}^{3\cdot 9}/_{19} \approx 1{,}5$, что подтолкнет первого и второго к дальнейшему снижению цен и т.д. Вполне обоснованной представляется гипотеза о том, что с течением времени цены, предлагаемые потребителями, будут близкими. Рассмотрим поэтому случай, когда все потребители предлагают одинаковые цены $c_i = q$. Кроме того, примем, что в рассматриваемом интервале величин заказов V оптовые цены b(V) также не меняются. В этом случае $\varepsilon(V) = \varepsilon$ будет постоянной величиной. Предположим, что потребитель i снизил цену на некоторую величину $\delta_i > 0$. Для того, чтобы «не выпасть» из централизованной схемы снабжения, потребитель i должен выбирать δ_i из условия

$$(\varepsilon - \delta_i)V > \varepsilon(V - v_i)$$

или

$$\delta_i < \frac{\varepsilon v_i}{V}.$$

Действительно, если $\delta_i \geq \varepsilon v_i / V$, то центр исключит потребителя i, сохранив цену q и получая прибыль $\varepsilon(V - v_i)$. Таким образом, возможности снижения цены у каждого потребителя ограничены. Тем не менее, тенденция для всех потребителей действует в одну сторону – в сторону снижения предлагаемых цен. Учитывая такую тенденцию, центр должен применять более гибкую стратегию. Возможный вариант – при снижении цен потребителями, как минимум одного из них исключать из централизованной схемы, даже если это не выгодно.

ГЛАВА 2. Определение сроков и объемов оптовых закупок

2.1. Описание модели

В предыдущей главе мы рассмотрели задачу определения согласованных цен, а значит – множества потребителей, включенных в централизованную схему снабжения, а также объемы и сроки их заказов. На основе этой информации можно построить график поставок продукции от центра к потребителям. Для обеспечения этого графика, соответствующие объемы продукции должны быть своевременно заказаны у производителей и находиться на складе у центра.

С точки зрения оптовых цен, очевидно, самое выгодное закупить сразу весь объем продукции, заказанный потребителями в рассматриваемом периоде времени и держать его на складе. Именно такой вариант закупок был рассмотрен в предыдущей главе. Однако, при этом возрастают затраты на хранение продукции на складе, а также возможные потери в качестве и количестве продукции. Кроме того, большие закупки требуют соответствующего количества оборотных средств, что приведет к необходимости взятия кредита и выплаты процентов. Требуется найти оптимальный вариант закупок, обеспечивающий минимум суммарных потерь.

В качестве основного требования примем безусловное выполнение центром графика поставок потребителям (считаем, что санкции за срыв поставок превышают возможную экономию от уменьшения издержек на хранение и процентов за кредит). Рассмотрим интегральный график поставок продукции потребителям (рис. 2.1).

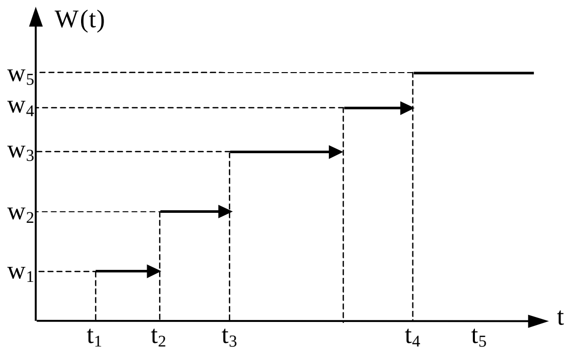

Рис. 2.1.

Смысл этого графика в том, что к моменту t_i центр должен поставить потребителям продукцию в объеме w_i. На основе графика поставок можно построить интегральный график закупок продукции у производителей (рис. 2.2), учитывая сроки поставок продукции от производителя центру.

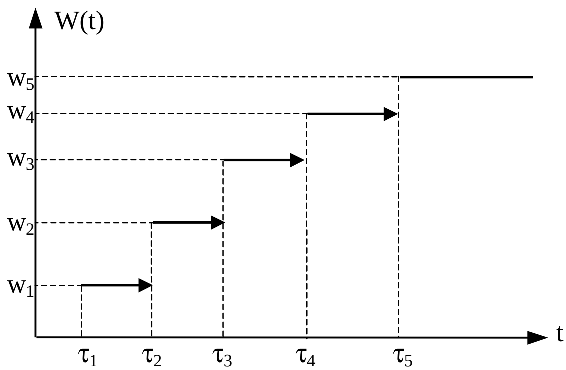

Рис. 2.2.

Можно закупать и раньше, но позже нельзя, поскольку это приведет к срыву графика поставок потребителям. В дальнейшем будем считать, что рост цен на продукцию незначителен, так что закупка продукции раньше, чем требуется, нецелесообразна. По этой причине возможные закупки продукции будут производиться центром в моменты τ_i, определяемый сроками t_i изменения объема поставок. Очевидно, что в момент τ_1 центр должен закупить продукции в объеме не менее w_1. При этом, если следующая закупка продукции будет производиться в момент τ_i, то в момент τ_1 центр должен закупить продукции в объеме w_{i-1}. Действительно, объем продукции, закупленной в момент τ_1 должен быть достаточен для того, чтобы обеспечить всех потребителей, поставки которым должны быть раньше, чем t_i.

Предположим сначала, что оптовая цена продукции не зависит от объема закупок (это вполне возможная ситуация, когда объемы закупок попадают в интервал постоянства оптовой цены). Покажем, что в этом случае оптимальная стратегия закупок состоит в том, чтобы производить закупки продукции в моменты τ_i в объеме $\Delta_i = w_i – w_{i-1}$, то есть в объеме, который требуется для выполнения заказов потребителей в момент t_i. Действительно, закупки ранее требуемого срока приведут только к росту затрат на хранение и процентов за кредит. Таким образом, закупка в момент τ_i продукции в объеме более чем Δ_i целесообразна только, если объем закупочной партии будет обеспечивать скидку в оптовой цене. Примем, что скидка к оптовой цене дается производителем в случае, если объем закупок не менее определенной величины Q. Рассмотрим метод построения всех рациональных стратегий закупок. Начнем с момента времени τ_1 первой закупки. Очевидно, что в этот момент центр должен произвести закупку продукции либо в объеме $\Delta_1 = w_1$, либо не менее Q. Действительно, как было показано выше, закупать больше чем Δ имеет смысл только в том случае, если объем закупки не менее Q. Пусть $w_i \le Q < w_{i+1}$. Это означает, что объема Q достаточно, чтобы обеспечить потребителей до момента τ_i включительно. Нетрудно показать, что если объем закупленной продукции равен Q, то следующую закупку рационально сделать в момент τ_{i+1} (не ранее), поскольку в противном случае возникают дополнительные расходы на хранение и, возможно, проценты за кредит. По той же причине в случае, если объем закупленной продукции превышает Q, то рациональные варианты закупок составят w_{i+1}, w_{i+2}, ... , w_m. Аналогичные рассуждения можно провести для момента τ_2 и т.д.

Одно важное замечание. Когда мы переходим к рассмотрению вариантов закупок в момент τ_i, то в зависимости от выбираемых вариантов закупок на предыдущих шагах, мы будем иметь различные остатки продукции на складе к моменту τ_i. Понятно, что каждую ситуацию, характеризуемую определенным количеством продукции на складе, следует рассматривать отдельно. Сказанное выше позволяет выделить все рациональные стратегии закупок продукции. Их удобно представить в виде графовой модели. Способ построения модели рассмотрим на примере.

Пример 2.1. Пусть график закупок имеет вид, приведенный в таблице 2.1.

Таблица 2.1.

i	1	2	3	4	5
t_i	5	10	17	20	22
w_i	10	20	23	40	44
D_i	10	10	3	17	4

Примем, что хранение единицы продукции в течении суток обходится в 0,1 тыс. руб. (учитываются только переменные издержки, связанные с охраной, мерами по предотвращению порчи и т.д.). Оптовая цена на продукцию равна 5 тыс. руб., если объем закупок меньше 25 ед. Если объем закупок не менее 25 ед., то оптовая цена равна 4 тыс. руб.

Для построения всех рациональных вариантов закупок построим сеть. Сетью называется граф с выделенными начальной и конечной вершинами (вход и выход сети).

Шаг 1. Рассмотрим вершину 1, соответствующую закупкам в момент τ_1. Как было показано выше, рациональные объемы закупок в момент τ_1 = 5 равны 10, 25, 40, 44. Проведем из вершины 1 дуги, соответственно в вершины 2, 4, 5, 6 (рис 2.3).

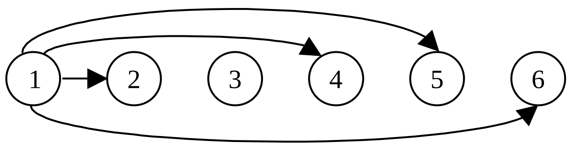

Рис. 2.3.

Так, например, дуга (1, 4) означает, что закупается 25 единиц продукции, а следующая закупка состоится в момент τ_4 = 20, дуга (1, 6) означает, что закупается 44 единицы.

Шаг 2. Рассматриваем вершину 2, соответствующую моменту τ_2. Здесь мы имеем четыре рациональных варианта закупок: 10, 25. 30, 34. Поэтому проводим дуги (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6). Заметим теперь, что дугам (1, 4) и (2, 4) соответствуют разные величины остатков продукции на складе центра. Для дуги (1, 4) остаток продукции равен 2 ед., так как закуплено 25 ед., и отправлено потребителям к моменту t_4 только 23 ед. Для дуги (2, 4) остаток равен 12 ед., так как закуплено в момент τ_2 25 ед., а отправлено потребителям только 13 ед. Наконец, для дуги (3, 4) остаток равен 0. Чтобы различить эти три ситуации представим вершину 4 в виде трех вершин: 4, 4^1, 4^2 (рис. 2.4).

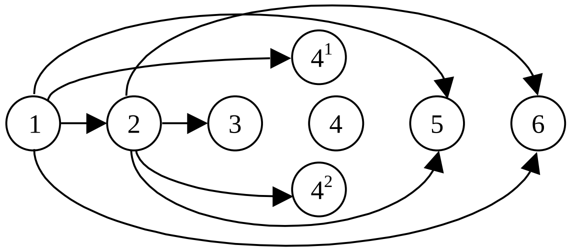

Рис. 2.4.

Шаг 3. Рассматриваем вершину 3, соответствующую моменту τ_3. Здесь мы имеем всего два рациональных варианта закупок: 3 и 25 ед. Проводим, соответственно, дуги (3, 4) и (3, 6).

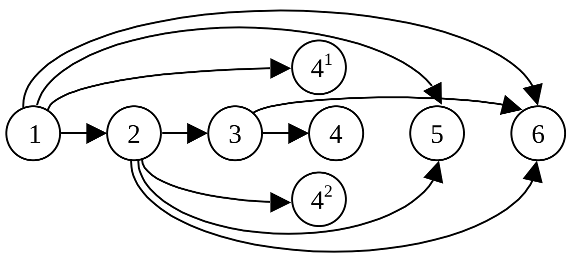

Рис. 2.5.

Шаг 4. Рассматриваем вершины 4, 4^1, 4^2, соответствующие моменту τ_4. Для вершины 4 имеем два рациональных варианта закупок: 17 и 25 ед. проводим дуги (4, 5) и (4, 6). Для вершины 4^1 имеем два рациональных варианта закупок: 15 и 25 единиц, а для вершины 4^2 тоже два варианта: 5 или 25 единиц. Проводим дуги (4^1, 5), (4^1, 6), (4^2, 5), (4^2, 6).

Шаг 5. Рассматриваем вершину 5, соответствующую моменту τ_5. Имеется два рациональных варианта закупок: 4 и 25 ед. Сравнивая эти варианты, оставляем лучший (метод сравнения будет описан ниже при определении длин дуг). Проводим дугу (5, 6). Окончательный вид сети рациональных вариантов закупок (сеть РВЗ) приведен на рис. 2.6 (для удобства вершины 1 и 6 изображены в виде прямоугольников). В верхней половине каждой вершины указан ее номер, а в нижней – минимальные затраты на реализацию соответствующего варианта закупок. Алгоритм определения минимальных затрат рассматривается ниже.

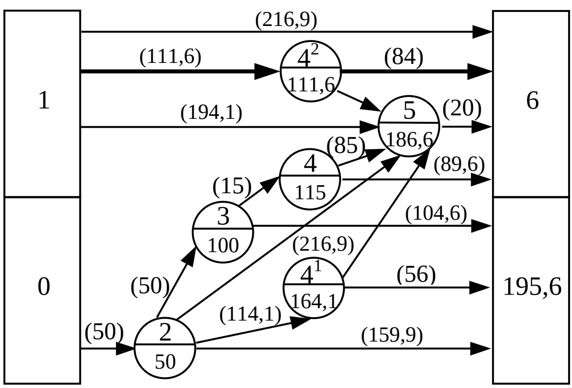

Рис. 2.6.

Эта сеть обладает важным свойством, а именно – любому рациональному варианту закупок соответствует один и только один путь в сети, соединяющий вход сети (вершина 1) с выходом (вершина 6). И наоборот, любому пути, соединяющему вершину 1 с вершиной 6 соответствует один, и только один рациональный вариант закупок продукции. Любой дуге сети РВЗ соответствует закупка определенного количества продукции в определенный момент времени. Так, например, дуге (4, 6) соответствует закупка 25 ед. продукции в момент $\tau_4 = 20$.

Положим длины дуг графа РВЗ равными затратам на оплату закупаемой продукции и ее хранения на складе (пока не учитываем проценты за кредит). Рассмотрим метод определения длин дуг.

Дуге (1, 2) соответствует закупка 10 ед. продукции в момент $\tau_1 = 5$ по цене 5 тыс. руб. Для этого потребуется 50 тыс. руб. продукция сразу же отправляется потребителю, поэтому затраты на хранение отсутствуют. Таким образом, затраты равны 50 тыс. руб., а значит длина дуги (1, 2) равна 50.

Дуге $(1, 4^1)$ соответствует закупка 25 ед. продукции по льготной цене 4 тыс. руб. в момент $\tau_1 = 5$. Для этого требуется $25 \cdot 4 = 100$ тыс. руб. Однако, 10 ед. продукции будут лежать на складе до 10 числа, то есть 5 дней, 3 ед. будут лежать на складе до 17 числа, то есть 12 дней, а 2 ед. будут лежать до 20 числа, то есть 15 дней. Учитывая, что затраты на хранение продукции составляют 0,1 тыс. руб. в сутки, получаем, что суммарные затраты на хранение равны $(10 \cdot 5 + 3 \cdot 12 + 2 \cdot 15) \cdot 0{,}1 = 11{,}6$ тыс. руб., и значит длина дуги $(1, 4^1)$ равна 111,6.

Дуге (1, 5) соответствует закупка 40 ед. продукции в момент $\tau_1 = 5$. Для этого потребуется 160 тыс. руб. Определим затраты на хранение. Дополнительно к затратам на хранение, определенным для операции (1, 4^1), появляются затраты на хранение 15 ед. продукции в течение 15 дней, то есть 22,5 тыс. руб. Суммарные затраты составят 160 + 11,6 + 22, 5 = 194,1 тыс. руб. Это и есть длина дуги (1, 5).

Дуге (1, 6) соответствует закупка 44 ед. продукции по льготной цене в момент τ_1. Для этого потребуется 176 тыс. руб. Дополнительные затраты на хранение по сравнению с операцией (1, 5) составляют 4·17·0,1 = 6,8 тыс. руб.·Следовательно, длина дуги (1, 6) равна 176 + 34,1 + 6,8 = 216,9.

Дуге (2, 3) соответствует закупка 10 ед. продукции по 5 тыс. руб. Следовательно, длина дуги равна 5·10 = 50.

Дуге (2, 4^2) соответствует закупка 25 ед. продукции по льготной цене. Для этого потребуется 100 тыс. руб. Затраты на хранение составят (3·7 + 12·10) ·0,1 = 14,1. Длина дуги равна 114,1.

Дуге (2, 5) соответствует закупка 30 ед. продукции по льготной цене. Для этого потребуется 120 тыс. руб. Дополнительные затраты на хранение по сравнению с операцией (2, 4^2) составят 5·10·0,1 = 5 тыс. руб.·Длина дуги равна 120 + 14,1 + 5 = 139,5.

Дуге (2, 6) соответствует закупка 34 ед. продукции по льготной цене. Для этого потребуется 34·4 = 136 тыс. руб. Дополнительные затраты на хранение по сравнению с операцией (2, 5) составят 4·12·0,1 = 4,8 тыс. руб.·Длина дуги (2, 6) равна 136 + 19,1 + 4,8 = 160,7.

Дуге (3, 4) соответствует закупка 3 ед. продукции по 5 тыс. руб. Длина дуги равна 15.

Дуге (3, 6) соответствует закупка 25 ед. продукции по льготной цене. Для этого потребуется 100 тыс. руб. Затраты на хранение до момента τ_5 = 22 составят (17·3 + 5·5)·0,1 = 7,6 тыс. руб. После отправки продукции всем потребителям остается еще 1 ед. продукции. Необходимо оценить ожидаемые затраты (или ожидаемый доход) от этого избыточного количества. Очевидно, это зависит от возможности реализации избыточной продукции. Пусть в нашем примере ожидаемый доход оценивается экспертами величиной 3 тыс. руб. на ед. избыточной продукции. Теперь можно определить длину дуги (3, 6), которая равна 100 + 7,6 – 3 = 104, 6.

Дуге (4, 5) соответствует закупка 17 ед. продукции по 5 тыс. руб. Длина дуги равна 85.

Дуге (4, 6) соответствует закупка 25 ед. продукции по льготной цене. Для этого потребуется 100 тыс. руб. Затраты на хранение до момента τ_6 = 22 составляют $8 \cdot 2 \cdot 0,1$ = 1,6 тыс. руб· С учетом ожидаемого дохода от 4 единиц избыточной продукции получим, что длина дуги (4, 6) равна 100 + 1,6 - 12 = 89,6 тыс. руб·

Дуге (4^1, 5) соответствует закупка 15 ед. продукции по 5 тыс. руб. Длина дуги (4^1, 5) равна 75.

Дуге (4^1, 6) соответствует закупка 25 ед. продукции по льготной цене. Для этого потребуется 100 тыс. руб. Затраты на хранение до 22 числа составят $10 \cdot 2 \cdot 0,1$ = 2 тыс. руб.· С учетом дохода от 6 единиц избыточной продукции получаем, что длина дуги (4^1, 6) равна 100 + 2 - 18 = 84 тыс. руб.·

Дуге (4^2, 5) соответствует закупка 5 ед. продукции по цене 5 тыс. руб. Длина дуги (4^2, 5) равна 25.

Дуге (4^2, 6) соответствует закупка 25 ед. продукции по льготной цене. Для этого потребуется 100 тыс. руб. Затраты на хранение до 22 числа составят $20 \cdot 2 \cdot 0,1$ = 4 тыс. руб.· С учетом дохода от 16 единиц избыточной продукции получаем, что длина дуги (4^2, 6) равна 100 + 4 - 48 = 56 тыс. руб.·

Дуге (5, 6) соответствуют две рациональные операции закупки. Первая – закупить 4 ед. продукции по цене 5 тыс. руб. Затраты при этом составят 20 тыс. руб. Вторая – закупить 25 ед. продукции по льготной цене. Затраты с учетом дохода от 21 ед. избыточной продукции составят 25·4 - 21·3 = 37 тыс. руб. Выберем вариант с меньшими затратами. Длина дуги (5, 6) равна 20.

Длины всех дуг указаны на рис. 2.6 - у соответствующих дуг в скобках.

Таким образом, мы построили сетевую модель, которая содержит все рациональные варианты закупок продукции. Каждому такому варианту соответствует путь в сети, соединяющий вход с выходом. Затраты на оплату продукции и хранение ее на складе равны длине соответствующего пути. Задача свелась к определению пути минимальной длины.

2.2. Метод решения

Алгоритмы определения экстремальных путей в графах (то есть путей максимальной или минимальной длины) достаточно хорошо известны и описаны в литературе [1]. Для нашего случая наиболее эффективен алгоритм определения кратчайших путей при правильной нумерации вершин сети. Напомним, что нумерация вершин называется правильной, если для любой дуги (i, j) имеет место i < j. В этом случае кратчайший путь определяется на основе последовательного присвоения вершинам сети индексов q_i согласно следующей процедуре (индекс вершины 1 принимается равным 0):

$$q_i = \min_{j<i}\left[q_j + s_{ji}\right], \qquad (2.1)$$

где s_{ji} – длина дуги (j, i). В этом случае индекс последней вершины q_{m+1} будет равен длине кратчайшего пути или величине минимальных затрат. Путь минимальной длины определяется на основе процедуры «обратного хода». Опишем эту процедуру. Находим вершину i_1, такую что

$$q_{m+1} = q_{i_1} + s_{i_1,m+1}.$$

Если $i_1 \neq 1$, то находим вершину i_2, такую что

$$q_{i_1} = q_{i_2} + s_{i_2,i_1}.$$

Продолжаем таким образом, пока на очередном шаге k не получим $i_k = 1$, то есть

$$q_{i_{k-1}} = q_1 + s_{1,i_{k-1}}.$$

Путь $\mu = (1, i_{k-1}, i_{k-2}, \ldots, i_1, m+1)$ и является путем минимальной длины. Применим этот алгоритм к сети, рис. 2.6. Индексы вершин указаны в нижней половине соответствующего кружка. Имеем:

$q_1 = 0;$

$q_2 = 0 + 50 = 50;$

$q_3 = 50 + 50 = 100;$

$q_4 = 100 + 15 = 115;$

$q_{4^1} = 0 + 111{,}6 = 111{,}6;$

$q_{4^2} = 50 + 114{,}1 = 164{,}1;$

$q_5 = \min\,[111{,}6 + 75;\ 115 + 85;\ 50 + 139{,}5;\ 164{,}1 + 25] = 186{,}6$

$q_6 = \min\,[216{,}9;\ 186{,}6 + 20;\ 111{,}6 + 84;\ 115 + 89{,}6;\ 100 + 104{,}6;$
$164{,}1 + 56;\ 50 + 160{,}7] = 195{,}6.$

Кратчайший путь, определенный методом «обратного хода» выделен толстыми дугами. Это путь $(1, 4^1, 6)$, которому соответствует следующий вариант закупок. В момент $\tau_1 = 5$ закупается партия продукции в объеме 25 ед. по льготной цене. Такая же партия в 25 ед. по льготной цене закупается в момент $\tau_4 = 20$. Суммарные затраты на оплату продукции и ее хранение на складе с учетом дохода от 6 ед. избыточной продукции составляют 95,6 тыс. руб. По сравнению с оптовой закупкой всей продукции в объеме 44 ед. в момент $\tau_1 = 5$ получаем экономию 216,9 – 195,6 = 21,3 тыс. руб. По сравнению с другим крайним вариантом закупки объемов Δ_i в момент τ_i получаем экономию 220 – 195,6 = 24,4 тыс. руб.

2.3. Учет процентов за кредит

Для определения величины процентов за кредит для каждой операции закупки продуктов необходимо знать объем закупаемой партии, а также наличие денежных средств в этот момент. Для того, чтобы учесть проценты за кредит при определении оптимального варианта закупок необходима некоторая модификация сети РВЗ. Суть ее рассмотрим на примере сети, рис. 2.6. Пусть центр располагает денежными средствами в объеме 100 тыс. руб. и ожидается поступление 17 числа еще 100 тыс. руб. Имеется возможность взять месячный кредит под 20 %. Имея эту информацию, будем определять проценты за кредит для каждой операции сети РВЗ.

Операция (1, 2). Кредит не требуется.

Операция $(1, 4^1)$. Кредит не требуется.

Операция (1, 5). Для закупки сорока единиц продукции требуется 160 тыс. руб. Необходим кредит 60 тыс. руб. Проценты составляют 12 тыс. руб.

Операция (1, 6). Необходим кредит 76 тыс. руб. Проценты составляют 15,2 тыс. руб.

Операция (2, 3). Кредит не требуется.

Операция (2, 4^2). Необходим кредит 50 тыс. руб. Проценты составляют 10 тыс. руб.

Операция (2, 5). Требуется заплатить 120 тыс. руб. Необходим кредит 70 тыс. руб. Проценты составляют 14 тыс. руб.

Операция (2, 6). Требуется заплатить 136 тыс. руб. Необходим кредит 86 тыс. руб. Проценты составляют 17,2 тыс. руб.

Операция (3, 4). К моменту τ_3 = 17 поступили 100 тыс. руб. Кредит не требуется.

Операция (3, 6). Кредит не требуется.

Операция (4, 5). Кредит не требуется.

Операция (4, 6). Требуется кредит 15 тыс. руб. Проценты составляют 3 тыс. руб.

Операция (4^1, 5). Кредит не требуется.

Операция (4^1, 6). Кредит не требуется.

Операция (4^2, 5). Кредит не требуется.

Операция (4^2, 6). Кредит не требуется.

До сих пор проблем с определением процентов за кредит не возникало. Рассмотрим, однако, операцию закупки продукции в момент τ_5 = 22. В данном случае нам не удается определить однозначно, сколько денежных средств осталось к моменту τ_5. Действительно:

– если до этого момента выполнялась операция (4^1, 5), то осталось 25 тыс. руб.;
– если операция (1, 5), то 100 тыс. руб.;
– если операция (4, 5), то денег нет;
– если операция (4^2, 5), то 75 тыс. руб.;
– и наконец, если операция (2, 5), то осталось 100 тыс. руб.

Очевидно, что существует две принципиально различные ситуации – либо денег хватает и кредит не берется, либо кредит берется. Для того, чтобы отразить эти две ситуации в нашем примере достаточно вершину 5 разделить на две вершины – 5 и 5^1. К вершине 5^1 идет дуга (4, 5^1), соответствующая операции, после которой денег на счету нет. Понятно, что для операции, соответствующей дуге (5, 6) кредит не требуется, в то время как для операции (5^1, 6) требуется кредит 20 тыс. руб., так что проценты составят 4 тыс. руб. На рис. 2.7 приведена модифицированная сеть РВЗ.

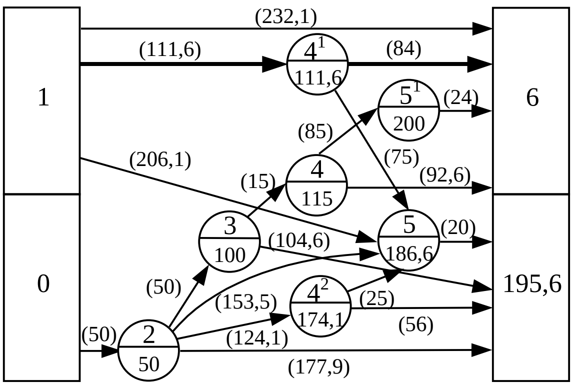

Рис. 2.7.

К длинам дуг добавлены проценты за кредит. Путь минимальной длины в данном случае остался прежним. Это и понятно, так как путь (1, 4^1, 6) соответствует варианту закупок, при котором кредит не берется.

2.4. Учет риска повышения цен

Планирование закупок на поздние сроки связано с риском повышения цен. Поэтому целесообразно рассмотреть рациональные варианты закупок, уменьшающие риск, связанный с возможным будущим повышением цен. Фактически это означает, что все закупки продукции следует выполнить не позднее определенного срока. Сетевая модель легко может быть модифицирована для выбора оптимальных вариантов закупок с пониженным риском. Пусть, например, эксперты считают, что после 15 числа возможно резкое повышение цен на продукцию. Поэтому все закупки целесообразно сделать не позднее 15 числа. Фактически это означает, что график закупок сдвигается влево, так что все закупки 15 числа и позднее осуществляются не позже 15 числа. Измененный график таблицы 2.1 приведен в таблице 2.2.

Таблица 2.2.

i	1	2	3
t_i	5	10	15
w_i	10	20	44
D_i	10	10	24

Теперь для измененного графика строим сетевую модель, как было описано выше. Эта модель приведена на рис. 2.8.

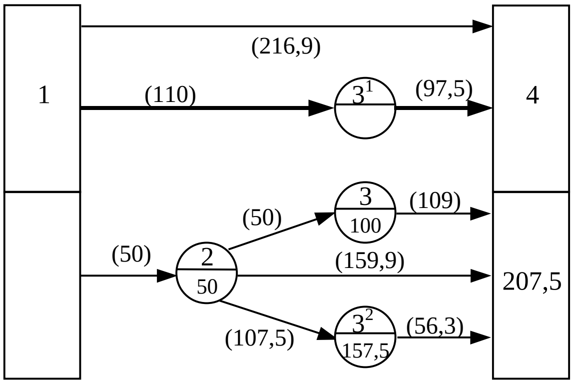

Рис. 2.8.

Важно отметить, что затраты на хранение определяются на основе реальных сроков поставки продукции потребителям. Определим, например, длину дуги $(1, 3^1)$, которой соответствует операция закупки 25 ед. продукции в момент $\tau_1 = 5$ по льготной цене. Оплата продукции составляет 100 тыс. руб. Затраты на хранение до 15 числа составят $(5 \cdot 10 + 10 \cdot 5) \cdot 0,1 = 10$ тыс. руб. Длина дуги $(1, 3^1)$ равна 110 тыс. руб.

Рассмотрим дугу $(3^1, 4)$, которой соответствует два возможных рациональных варианта закупок. В первом – закупается 19 ед. продукции по цене 5 тыс. руб. Оплата продукции, при этом, составит $19 \cdot 5 = 95$ тыс. руб. Затраты на хранение составят $(17 \cdot 5 + 4 \cdot 7) \cdot 0,1 = 11,3$ тыс. руб. Следовательно, общие затраты равны 106,3 тыс. руб.

Во втором – закупается 25 ед. продукции по льготной цене. Оплата продукции составит 100 тыс. руб., затраты на хранение $(17 \cdot 5 + 10 \cdot 7) \cdot 0,1 = 15,5$ тыс. руб., доход от 6 ед. избыточной продукции составит 18 тыс. руб. Итого, $100 + 15,5 – 18 = 97,5$ тыс. руб.

Выберем лучший вариант с закупкой 25 ед. продукции. В итоге длина дуги (3^1, 4) равна 97,5. Действуя аналогичным образом, определяем длины всех дуг (рис. 2.8).

Оптимальная стратегия закупок в данном случае заключается в закупке 25 ед. продукции 5 числа и еще 25 ед. продукции 15 числа. Минимальные затраты составляют 207,5 тыс. руб., что больше, чем в случае сети, рис. 2.6, на 11,9 тыс. руб. Это плата за уменьшение риска.

Если имеется прогноз изменения цен на рассматриваемый период времени, то можно применить тот же прием, вводя дополнительные вершины, соответствующие операциям закупки продукции в моменты, предшествующие скачкам цен в сторону повышения.

2.5. Учет дискретности объемов закупок

Дискретность объемов закупок связана, в первую очередь, с возможностями транспортировки продукции (вагон, контейнер и т.д.). Сеть РВЗ строится в этом случае так же, как было рассмотрено выше с учетом дискретности объемов закупок. Пусть, например, объем закупаемой партии должен быть кратен 15 ед. продукции. Сеть РВЗ для этого случая приведена на рис. 2.9.

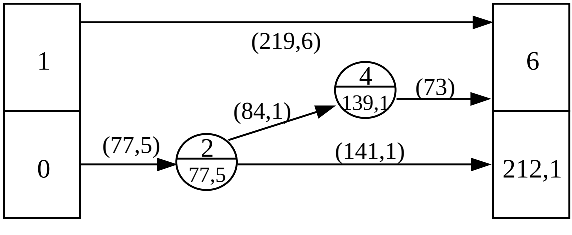

Рис. 2.9.

Как мы видим, построение сети в случае дискретных закупок упростилось. Учет процентов за кредит производится аналогично рассмотренному выше.

2.6. Линейная зависимость оптовой цены от объема закупок

Рассмотрим интересный частный случай, когда оптовая цена линейно зависит от объема закупок, то есть уменьшение оптовой цены прямопропорционально увеличению объема закупок

$$q = q_0 - k \cdot x_1,$$

где q_0 – начальная цена, x – объем закупок, k – коэффициент снижения цены. В этом случае затраты на оплату продукции в объеме x равны (рис. 2.10):

$$S(x) = x(q_0 - k \cdot x)$$

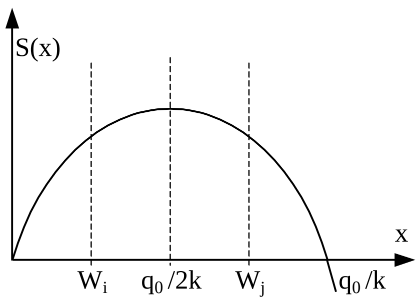

Рис. 2.10.

Функция S(x) является вогнутой функцией x. Как известно, вогнутая функция достигает минимума на границе. Отсюда следует, что объем продукции, закупаемой в момент τ_i должен быть равен

$W_{j-1} – W_{i-1}$, где τ_j - следующий момент закупок продукции. Это свойство существенно упрощает процедуру построения сети HDP. Действительно, сеть РВЗ будет содержать (n + 1) вершину, причем любые две вершины i, j (j > i) будут соединены дугой, соответствующей закупке ($W_{j-1} – W_{i-1}$) единиц продукции (W_0 = 0).

Пример 2.2. График закупок приведен в таблице 2.3.

Таблица 2.3.

i	1	2	3
t_i	1	6	16
W_i	10	30	45
D_i	10	20	15

Пусть зависимость оптовой цены q от объема закупок x имеет вид:

$$q = 5 – 0,04x.$$

Сеть РВЗ приведена на рис. 2.11.

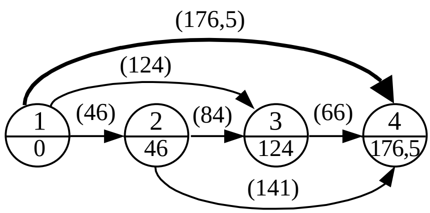

Рис. 2.11.

Цены и стоимости оптовых закупок при различных объемах x указаны в таблице 2.4. Добавляя к этим стоимостям затраты на хранение определяемые так же, как в примере 2.1, получаем длины дуг сети РВЗ (рис. 2.11). Оптимальный вариант определяется дугой (0, 4) и соответствует оптовой закупке сразу всего объема 45 ед. продукции по цене 3,2 тыс. руб.

Таблица 2.4.

x	10	15	20	30	35	45
q	4,6	4,4	4,2	3,8	3,6	3,2
S	46	66	84	114	126	144

ГЛАВА 3. Деловая игра «Снабжение»

3.1. Основные принципы разработки деловых игр для исследования экономических механизмов

Применение игрового имитационного моделирования при разработке экономических механизмов позволяет осуществлять экспериментальную проверку теоретических результатов и практических предложений по созданию новых экономических механизмов и для совершенствования существующих экономических регуляторов. Кроме того, игровой подход позволяет практическим работникам получить определенное представление о новых экономических механизмах и приобрести некоторый опыт их применения. Следовательно, игровое имитационное моделирование можно рассматривать и как метод экспериментального исследования и как инструмент для обучения.

Экспериментальный метод исследований в таких науках как физика, химия, биология широко известен. К настоящему времени в этих науках уже накоплен огромный опыт по организации экспериментов. В распоряжении экспериментаторов имеются тщательно обработанные и прошедшие проверку на практике принципы планирования эксперимента и методы обработки результатов эксперимента. В области управления сложными организационными системами подобного опыта применения экспериментов не существует. Хотя использование игрового подхода для обучения персонала практикуется уже довольно давно. В первую очередь сюда можно отнести всевозможные военные учения и маневры. Для их проведения создавались соответствующие ситуации, которые в той или иной степени отражали будущую боевую обстановку. В этих искусственно созданных ситуациях участники учений и маневров осваивали приемы боя, приобретали опыт ведения боевых действий. Следующим шагом в развитии игрового моделирования в военной области стала организация и проведение штабных учений. При организации штабных учений или штабных игр широко применялись модели, разработанные с помощью карт и планов, которые являются удобным средством моделирования. Таким образом, военные игры, с одной стороны, предназначены для обучения военнослужащих оперативному реагированию на внезапно возникающие и быстро меняющиеся ситуации, а с другой стороны, для приобретения навыков разработки и реализации крупномасштабных операций.

По аналогии с военными играми, направленными на отработку навыков у военнослужащих, разрабатывалась первая деловая (имитационная) игра, которая предназначалась для отработки действий персонала при возникновении нештатной обстановки на предприятии. В начале тридцатых годов большое распространение получили аварийные игры. Это связано с тем, что проводимая быстрыми темпами индустриализация страны и отсутствие достаточного числа квалифицированных рабочих кадров и инженерного персонала приводило к большому количеству крупных и мелких аварий на промышленных объектах, в том числе, на электростанциях. Первая аварийная игра была проведена на Шатурской электростанции в 1933 году. Затем эти игры стали проводиться и на других электростанциях.

Следует отметить, что большинство игр, которые были разработаны в 30 гг. в нашей стране, были предназначены для новой в то время системы оперативного руководства диспетчеризации. Для приобретения опыта оперативного управления, освоения новой документации и проверки качества новых принципов управления был разработан ряд деловых игр, который получил название диспетчерских игр.

Развитие военных игр, в конечном счете, привело к тому, что военная проблематика стала захватывать и чисто экономические вопросы. Так, в 1955 году сотрудниками американской фирмы «Ренд корпорейшен» была разработана первая игра с применением ЭВМ. Цель игры заключалась в ознакомлении и обучении офицеров службы материально-технического обеспечения американского военно-воздушного флота вопросам управления снабжением запасными частями военно-воздушных баз США.

Разработкой и использованием деловых игр как учебного, так и исследовательского характера занимаются в настоящее время многие научные учреждения и фирмы как в России, так и в США, Англии, ФРГ.

К настоящему времени уже имеется значительный опыт построения и применения имитационных игр. Большинство разрабатываемых в нашей стране имитационных игр предназначено для обучения.

Трудности теоретического исследования экономических механизмов связаны с двумя обстоятельствами. Во-первых, получающиеся задачи являются довольно сложными в том смысле, что в настоящее время не существует общих методов решения. Во-вторых, в основе оценки эффективности механизмов управления лежит понятие решение игры, представляющее собой определенную формализацию гипотез о поведении людей, деятельность которых во многом определяется действующими экономическими механизмами. Необходимость выдвижения гипотез о поведении людей вызвано тем, что само присутствие в системе людей (или коллективов) приводит к определенной «активности» системы, выражающейся в способности к целенаправленным действиям на, всех этапах функционирования системы, что включает способность учитывать последствия принимаемых решений и соответствующим образом изменять свою деятельность. От обоснованности этих гипотез в значительной степени зависит и обоснованность теоретических выводов. Таким образом, появляется необходимость в разработке метода экспериментального исследования организационных систем, позволяющего, во-первых, оценить эффективность исследуемого механизма в случае, если теоретически это не удалось сделать, а во-вторых, повысить обоснованность теоретических оценок и выводов путем экспериментальной проверки соответствия принятых гипотез поведению реальных людей, участвующих в эксперименте. К такому методу экспериментального исследования относится метод имитационных деловых игр [2]. Как и любой метод экспериментального исследования, метод деловых игр требует большой методологической проработки и методической аккуратности в организации и проведении игры. в обработке результатов.

Важное направление, связанное с применением деловых игр в исследовательских целях - это игры с участием автоматов. В таких играх часть участников игры заменяются автоматами (под автоматами понимается специальная программа, в которой реализован алгоритм поведения лица, принимающего решения) с заданными правилами поведения (принятия решений). Игры с автоматами применяются в тех случаях, когда необходимо провести исследование организационной системы с большим числом элементов (проведение соответствующей игры с большим числом участников нереально). Второй случай применения таких игр - проверка эффективности той или иной гипотезы поведения участников. В этом случае исследуемая гипотеза задается автомату и затем оценивается эффективностью его поведения по сравнению с реальными участниками игры. Игры с автоматами весьма близки к имитационным моделям. В предельном случае, когда все участники заменены автоматами, получаем имитационную модель организации (игры автоматов). Такие игры применяются в случаях, когда необходимо провести значительное число партий для исследования динамики игры или для статистически значимой оценки результатов. Дело в том, что «быстродействие» деловой игры принципиально ограничено временем принятия решения человеком (порядка 1 минуты в простейших играх). Это ограничивает и продолжительность одной партии (2 - 3 минуты в простейших играх). Игры автоматов позволяют сократить продолжительность партии до долей секунды.

При проведении смешанных игр между людьми и автоматами появляется возможность оценить эффективность поведения автомата по сравнению с реальными участниками игры. С другой стороны, если программа, в соответствии с которой автомат принимает решения, достаточно точно отражает поведение реального лица, то такую игру с участием одного игрока и группой автоматов можно рассматривать как тренажер для отработки навыков принятия решений.

Разработку деловой игры необходимо начинать с четкой формулировки ее назначения. После этого можно приступать к формированию схемы игры и основных ее правил. В выбранной схеме функционирования надо предельно точно отразить опыт работы реальных систем, обращая особое внимание на структуру системы, целевые функции подсистем и системы в целом, на выбор управляющих воздействий и т.д. Одна из основных сложностей построения модели исследуемой ситуации заключается в том, что стремление к наиболее полному отражению исследуемой ситуации может привести к излишней детализации модели, которая в свою очередь повлечет за собой усложнение информационного обеспечения построенной модели. В результате этого увеличивается время, затрачиваемое на игру, затрудняется понимание происходящих процессов. Все это приводит к тому, что эффективность проведения игры снижается. Лучший способ избежать такого рода опасности заключается в том, чтобы постоянно помнить о конкретной цели проектируемой игры. Но при этом следует учитывать, что ситуации, анализируемые в игре не должны быть упрощены до такой степени, что необходимое решение можно было бы найти непосредственно без глубокого анализа протекающих процессов, так как в этом случае результаты, полученные при анализе хозяйственной деятельности, будут носить поверхностный характер.

Формирование правил игры должны включать в себя описание методов оценки степени достижения целей игры. Если деловая игра моделирует системы, в которых цели могут формироваться только качественно, либо при их количественном выражении трудно указать в явном виде связь степени достижения цели с истинными возможностями подсистем, то при построении игры особое внимание следует уделять разработке методов оценки степени достижения цели.

Опыт разработки и проведения деловых игр показывает, что деловую игру целесообразно представлять как описание некоторой последовательности разделов. Как правило, описание игры включает девять разделов:

1. *Общая характеристика*
2. *Описание ситуации*
3. *Цель игры*
4. *Задача центра*
5. *Задача участников игры*
6. *Формальная модель*
7. *Анализ формальной модели*
8. *Руководство для участников игры.*
9. *Результаты проведения игры.*

Раздел 6 включается в описание игры, если формализация модели позволяет лучше понять суть игры, или если в дальнейшем предполагается провести анализ формальной модели.

Раздел 7 может отсутствовать, если известными математическими средствами провести анализ модели или невозможно или слишком громоздко.

Может отсутствовать и раздел 9, если нет опыта проведения деловой игры.

Каждая деловая игра состоит из нескольких партий. Одна партия большинства деловых игр состоит из трех этапов.

I этап - сбор информации, т. е. сообщение элементами в вышестоящий орган (Центр) запрашиваемой информации.

II этап - обработка полученной информации и выработка соответствующих решений.

III этап - реализация полученных решений, подсчет значений целевых функций.

Количество партий, как правило, не ограничивается заранее, хотя возможны варианты, когда количество партий фиксировано.

По завершении игры проводится подведение итогов и определение победителей.

3.2. Описание игры

1. Общая характеристика. Деловая игра «Снабжение» отражает в упрощенном виде ситуацию взаимодействия центра (специализированной организации, занимающейся централизованным снабжением потребителей) и потребителей однородной продукции при различных механизмах определения цены на продукцию и процедур формирования состава потребителей, включаемых в централизованную схему снабжения.

2. Описание ситуации. Имеются несколько потребителей однородной продукции, потенциальных участников централизованной схемы снабжения. Для каждого потребителя имеется некоторая максимальная цена, при которой ему выгодно использование централизованной схемы. С другой стороны, у центра имеется информация об оптовых ценах продукции у производителей в зависимости от объема оптовых закупок. В каждом периоде функционирования (одному периоду соответствует одна партия игры) центр, согласно принятому механизму управления, определяет множество потребителей, включаемых в централизованную схему и величину договорной цены, единой для всех потребителей. Эту задачу центр решает на основе информации о максимальных ценах продукции и соответствующих объемах заказов, которую сообщают потребители (участники игры).

3. Цель игры. Целью игры является экспериментальное исследование эффективности различных механизмов управления, применяемых центром. При применении игры в учебных целях ее целью является обучение хозяйственных руководителей навыкам принятия оптимальных решений при тех или иных механизмах управления.

4. Задача центра. Подобрать механизм управления, который обеспечивает максимальную величину прибыли центра.

5. Задача участников игры. Выбрать такую стратегию поведения, которая обеспечивает максимум дохода при использовании централизованной схемы снабжения.

6. Формальная модель. Формальная модель игры была описана в первой главе, поэтому здесь дадим ее краткое описание.

Имеется n потребителей (команд). Каждый потребитель сообщает центру (ведущему игры) объем заказа v_i и желательную цену S_i. Центр определяет множество потребителей Q, включенных в централизованную схему снабжения, и согласованную цену q, общую для всех потребителей. Предполагается, что потребители сообщают истинную оценку величины заказа (в игре эта оценка может быть просто известна центру). Что касается желательной цены S_i, то она может отличаться от истинной цены C_i, по которой потребителю еще выгодно приобретать продукцию по централизованной схеме. Центр может применять различные механизмы определения множества Q и согласованной цены q. Выигрыш центра в каждой партии определяется величиной

$$[q - b(V)]\cdot V, \quad \text{где} \quad V = \sum_{i \in Q} v_i\ , \tag{3.1}$$

а b(V) – оптовая цена производителя продукции при объеме закупок V. Выигрыш игрока (команды) i определяется величиной

$$(C_i - q)\cdot V_i, \tag{3.2}$$

что соответствует дополнительному доходу потребителя при цене q меньше чем C_i.

7. Анализ формальной модели. Анализ механизма определения согласованной цены, основанного на максимизации выражения (3.1) был проведен в главе I. Было показано, что возникает тенденция занижения оценок S_i, сообщаемых потребителями. Там же был предложен другой механизм, в котором один из потребителей, сообщивших минимальную оценку S_i среди потребителей множества Q, исключался из централизованной схемы. Очевидно, что исключенный потребитель будет повышать свою оценку в следующей партии, что вызовет тенденцию роста оценок. Аналитически трудно определить, какой механизм эффективнее. Ответ на этот вопрос и дает деловая игра.

8. Руководство для участников игры. Каждая партия игры включает три этапа.

1 этап. На этом этапе каждая команда сообщает ведущему желательную цену S_i (объемы заказам v_i ведущему известны).

2 этап. На этом этапе ведущий определяет согласованную цену q из условия максимума выражения (3.1) и множество Q команд, для которых $S_i \geq q$.

При исследовании первого механизма цена q и множество Q сообщаются всем командам. При исследовании второго механизма из множества Q исключается один из потребителей, сообщивший минимальную оценку.

3 этап. Команды определяют свои выигрыши. Выигрыш команды, не включенной в централизованную схему, равен 0. Выигрыш команды, включенной в централизованную схему, определяется выражением (3.2). Центр также определяет свой выигрыш согласно выражению (3.1).

9. Результаты проведения игры. Число команд 3. Для всех команд $C_i = 5$, $v_i = 10$.

1 механизм. Оптовая цена производителя b = 4, если $10 \leq V < 20$, b = 3, если $20 \leq V < 30$, и b = 2, если $30 \leq V$. Результаты семи партий игры приведены в таблице 3.1. В левой части клеток, разделенных пополам, указаны оценки команд, в правой – их выигрыш в данной партии. Выигрыш центра Ф указан в последней строке таблицы.

Таблица 3.1.

i \ k	1		2		3		4		5		6		7	
1	5	0	5	10	4	10	4	20	3	20	3	20	3	20
2	5	0	5	10	4	10	4	20	3	20	3	20	3	20
3	5	0	4	10	4	10	3	20	3	20	2	0	3	20
q	5		4		4		3		3		3		3	
b	2		2		2		2		2		3		2	
Ф	90		60		60		30		30		0		30	

Из анализа таблицы ясно видна тенденция занижения оценок.

Проведем анализ шестой партии. В данном случае у ведущего имеются два равновыгодных варианта:

1. $q = 3$, $Q = \{1, 2\}$, $b = 3$, $\Phi = 0$;
2. $q = 2$, $Q = \{1, 2, 3\}$, $b = 2$, $\Phi = 0$.

В этом случае ведущему целесообразно выбрать вариант с меньшим числом команд, то есть первый вариант. При этом третья команда получает нулевой выигрыш и в седьмой партии повышает оценку до $S_3 = 3$. После седьмой партии ситуация стабилизировалась. Мы видим, что данный механизм приводит к занижению оценок, а выигрыш центра в 3 раза меньше возможного.

2 механизм. Результаты шести партий приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2.

i \ k	1		2		3		4		5		6	
1	5	0	5	0	5	10	5	0	4	10	4	
2	5	0	5	0	4	10	4	0	4	0	5	
3	5	0	4	0	4	0	5	0	5	0	5	
q	5		5		4		5		4		5	
b	3		3		3		3		3		3	
Ф	40		40		20		40		20		40	

Мы видим, что ситуация изменилась. Во второй партии третья команда, занизив оценку, ничего не выиграла. В третей партии оценку занизила вторая команда и выиграла. Однако, в четвертой партии третья команда повысила свою оценку, что привело к проигрышу второй команды. В пятой партии понизила оценку и выиграла первая команда. И, наконец, после повышения оценки второй командой, ситуация стабилизировалась на величине выигрыша центра равной 40. Таким образом, второй механизм в данном случае предпочтительнее первого.

Заключение

Рассмотренные в работе модели и механизмы управления материально-техническим снабжением могут составить основу для создания систем поддержки принятия решений в этой области. Безусловно, многие задачи требуют дальнейших исследований. Особенно это относится к экспериментальной проверке различных механизмов методом деловых игр.

Литература

1. *Форд Л., Фалкерсон Д.* Потоки в сетях. М.: Мир, 1966.
2. *Гуреев А.Б., Динова Н.И., Кулжабаев Н.М., Щепкин А.В.* Учебные автоматизированные деловые игры. – М.: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, 1999.